Pädagogische Horizonte, 6(2), 2022
ISSN 2523-5656 (Online) | ISSN 2523-2916 (Print)
Private Pädagogische Hochschule der Diözese Linz, Österreich

PÄDAGOGISCHE HORIZONTE

Beliefs zur Mathematik – Explorative Fallstudien mathematisch begabter Schüler*innen

Sarah Beumann, Maja Kisters

Universität Wuppertal
beumann@uni-wuppertal.de
https://doi.org/10.17883/pa-ho-2022-02-08

EINGEREICHT 15 SEP 2022 ANGENOMMEN 28 OKT 2022

Zusammenfassung: Insgesamt berühren Forschungen auf dem Gebiet der mathematischen Begabung meist Konzepte der Förderung sowie Diagnostik oder Materialien zur speziellen Förderung begabter Kinder. Dabei sind die Vorstellungen (oder Beliefs) von mathematische begabten Kindern über die Disziplin Mathematik oder über mathematische Tätigkeiten bisher unzureichend erforscht. Dieses Desiderat wird im Folgenden aufgegriffen, indem zwei Fallstudien der Schülerinnen Zola und Madita vorgestellt werden, die sich der Beschreibung ihrer Beliefs zu den obigen Themen widmet. Ziel ist es, erste Tendenzen abzuleiten sowie erste Ideen für die Entwicklung einer (mathematischen) Identität auf der Grundlage mathematischer Beliefs zu entwickeln.

SCHLÜSSELWÖRTER: mathematische Begabung, mathematische Beliefs, Fallstudie

1. Einleitung und Motivation

In Studien zeigt sich, dass Schüler*innen Mathematik oft nur als ein formales System wahrnehmen. Sie assoziieren mit dem Begriff Mathematik alleinig Zahlen und die Verarbeitung von Schemata sowie Algorithmen (z. B. Köller, Baumert & Neubrand, 2000). Solche Einstellungen können sich dabei negativ auf das Lernen, die eigene Motivation sowie die mathematischen Leistungen auswirken (ebd.) oder gar auf die Entfaltung vorhandener mathematischer Potenziale.

In diesem Zusammenhang ist es zunächst wichtig zu klären, welche Tätigkeiten typisch für ein mathematisches Handeln sind, wie z. B. das Erkunden von eigenen Thesen, Problemlösen, Begründen und Beweisen, Strukturieren oder Muster erkennen (Käpnick, 1998). Eine solche facettenreiche Sicht auf Mathematik und mathematisches Tätigsein lässt sich aus einer anderen Forschungsperspektive als differenzierte mathematische Überzeugungen bzw. mathematische Beliefs beschreiben (Käpnick, 2019).

In der bisherigen fachdidaktischen Forschung gibt es keine explizite Verzahnung von mathematischen Beliefs und mathematischer Begabung, wobei sich erste Bestrebungen bei Beumann & Benölken (2022) wiederfinden. In den Modellen zur mathematischen Begabung werden mathematische Beliefs zwar nicht explizit berücksichtigt (z. B. Fuchs & Käpnick, 2009 oder Sjuts, 2017), können aber unter den Begrifflichkeiten der (fördernden oder hemmenden) intrapersonalen Katalysatoren vermutet werden, die im weitesten Sinne Überzeugungen oder Einstellungen, sprich Beliefs, einer Person (zur Mathematik) umfassen können. Nichtsdestotrotz scheinen mathematische Beliefs von zentraler Bedeutung für die Entstehung von mathematischer Begabung im Hinblick auf eine Identitätsentwicklung zu sein, die Mathematik als Teil einer Person beinhaltet, und damit für die Entstehung von (tatsächlich hohen) mathematischen Potenzialen. In neueren Modellen zur mathematischen Begabung werden zunehmend Aspekte der mathematischen Identität thematisiert, aber nicht weiter ausdifferenziert (z. B. Benölken & Veber, 2020), wobei unter dem Begriff der Identität eine Vielzahl von Aspekten, insbesondere Beliefs zu fassen sind (z. B. Philipp, 2007).

Eine explizite Verknüpfung des Konzepts der mathematischen Beliefs mit den Merkmalen der mathematischen Begabung hat bisher nicht stattgefunden, was das Desiderat bestimmt, dem sich der vorliegende Artikel widmet. Ziel dieses Artikels ist es, erste Perspektiven auf die mathematischen Beliefs von mathematisch begabten Schüler*innen zu geben. So werden hier zwei Fallstudien vorgestellt, die der Frage nachgehen, welche mathematischen Beliefs von mathematisch begabten Kindern rekonstruiert werden können. Dazu werden zunächst die Begrifflichkeiten der mathematischen Begabung sowie der mathematischen Beliefs dargestellt und theoretisch erörtert, bevor die qualitative Studie vorgestellt und ausgewertet wird.

2. Theoretische Einordnungen

2.1 Mathematische Begabung

Eine Begabung wird als ein komplexes Phänomen verstanden (z. B. iPEGE, 2009), das sowohl co-kognitive als auch intrapersonale Faktoren einschließt. Dabei handelt sich gemäß des Forschungskonsens um ein bereichsspezifisches Phänomen, das bezogen auf Mathematik durch spezifische Begabungsmerkmale in Bezug auf das mathematische Tätigsein gekennzeichnet ist (u. a. Käpnick, 1998). Dabei stellt eine Begabung ein dynamisches System dar. All diese Aspekte wurden in den Modellen mathematischer Begabungsentwicklung im Grundschulalter (Fuchs & Käpnick, 2009) sowie in der Sekundarstufe I (Sjuts, 2017) berücksichtigt, die dabei mathematische Begabungsmerkmale sowie begabungsunterstützende Persönlichkeitseigenschaften bezogen auf die mathematische Aktivität umfassen und somit ein repräsentatives Beispiel für einen mathematikdidaktischen Begabungsbegriff darstellen (vgl. Sheffield, 2003). Unter einer mathematischen Begabung wird in Anlehnung an Fuchs und Käpnick (2009) sowie Sjuts (2017) ein sich entwickelndes und individuell geprägtes Potenzial verstanden. Dieses Potenzial kann mit Blick auf die von Käpnick (1998) aufgestellten mathematischen Begabungsmerkmale (Gedächtnisfähigkeiten, Fähigkeiten im Strukturieren, im Transfer von Strukturen, zur Umkehr von Gedankengängen sowie zum Wechseln von Repräsentationsebenen, Sensibilität gegenüber mathematischen Beziehungen, Fantasie und Kreativität) ein weit überdurchschnittliches Niveau aufweisen und sich im Wechselspiel mit begabungsunterstützenden bereichsspezifischen Persönlichkeitseigenschaften (wie z.B. hohe geistige Aktivität, Anstrengungsbereitschaft oder Freude am Problemlösen) unter dem Einfluss inter- und intrapersonaler Katalysatoren zu einer weit überdurchschnittlichen sichtbaren Leistung entfalten. Somit erscheint eine frühzeitige Diagnostik und Förderung begabter Kinder notwendig, damit die Kinder in der Entfaltung ihrer eigenen Potenziale (dabei ist nicht zwingend sichtbare Leistung gemeint, s. Gagné, 2000) unterstützt werden. Dies erfordert eine ganzheitliche Sicht auf die individuelle Persönlichkeit und verlangt eine komplexe, aber auch langfristige Prozessdiagnostik unter der Verwendung sowohl standardisierter als auch nicht-standardisierter Instrumente.

Eine mathematische Begabung wird insgesamt so aufgefasst, dass ein Kind begabt fürs mathematische Tätigsein im Sinne eines facettenreichen Bildes von Mathematik ist (Käpnick, 1998). Im Folgenden soll geklärt werden, was unter dem Bild von Mathematik bzw. den mathematischen Beliefs verstanden wird.

2.2 Mathematische Beliefs

Auf Schoenfeld (1985) geht u.a. die Betrachtung mathematischer Beliefs zurück, indem in den 80er Jahren verstärkt die Forderung aufkam, Problemlösen im Mathematikunterricht zu etablieren. Mit dieser Forderung ging die Frage einher, welche Faktoren erfolgreiches Problemlösen begünstigen oder behindern. Mathematische Beliefs waren einer der Faktoren, die im Zuge dieser Thematik identifiziert wurden (Schoenfeld, 1985; vgl. auch Rolka, 2006). Dabei können "Beliefs [can be] interpreted as an individual's understandings and feelings that shape the ways that the individual conceptualizes and engages in mathematical behavior" (Schoenfeld 1992, S.358). Diese Definition ist äußerst breit gefasst und kann sich auf unterschiedlichste Aspekte der Mathematik sowie auf das Lehren und Lernen von Mathematik beziehen. Eine bislang allgemein akzeptierte Definition oder Konzeptualisierung mathematischer Beliefs gibt es nicht, sodass Pajares (1992) sogar von einem „messy"-Konstrukt spricht. Neben der Uneinigkeit innerhalb der Mathematikdidaktik kommt erschwerend hinzu, dass sich in den Bezugsdisziplinen der Mathematikdidaktik, wie die Kognitionspsychologie, eigene Strömungen (wie die epistemologischen Überzeugungen) unabhängig vom mathematikdidaktischem Diskurs entwickelt haben. Trotz der Fülle an verschiedenen Definitionen findet im deutschsprachigen Raum die Klassifikation von Grigutsch, Raatz und

Törner (1998) Verbreitung, die insgesamt die Natur der Mathematik nach Schema-, Formalismus-, Prozess- und Anwendungsaspekt differenziert und vorwiegend für Lehrkräfte getestet und operationalisiert wurde.

Im internationalen Diskurs findet sich eine ähnliche Kategorisierung wieder, die Klassifikation nach Ernest (1991), die schon mehrfach in Schülerstudien Anwendung gefunden hat (z. B. Rolka & Halverscheid, 2011). Ernest unterscheidet in seinen mathematischen Weltbilder die folgenden drei Sichtweisen: (1) Instrumentalistische Sichtweise, die Mathematik als nützlich aber unverbundene Ansammlung von Zahlen, Formeln und Fakten ansieht, (2) platonistische Sichtweise, die Mathematik als ein stabiles Wissenssystem, das durch verbindende Strukturen gekennzeichnet ist, einordnet und (3) die problemlösende Sichtweise, in der Mathematik als ein dynamisches und sich veränderndes System verstanden wird.

Anders als Begabungen und Potenziale sind Beliefs stabil sowie schwer veränderbar und werden über einen längeren Zeitraum aufgebaut. In den letzten Jahren zeigten Forschungen aber, dass sich mathematische Beliefs dennoch mit der Zeit verändern können (Geisler & Rolka, 2021; Stoppel, 2019). Erste Eindrücke in die Thematik der Veränderung des Mathematikbildes interessierter und begabter Kinder liefert die Studie von Beumann & Geisler (2022), die die kognitionspsychologische Perspektive einnimmt sowie Beumann (2022), in der eine Einfallfallstudie zur Veränderung mathematischer Beliefs während der Teilnahme an einer Enrichmentförderung präsentiert wird.

2.3 Zusammenführende Bemerkungen

Empirische Studien deuten darauf hin, dass mathematisch begabte Kinder dazu neigen, auch außerhalb des Mathematikunterrichts mathematisch aktiv zu sein und ein hohes Interesse an mathematischen Sachverhalten zu entwickeln (Benölken, 2019). So lösen diese Kinder beispielsweise gerne mathematische Problemstellungen, (er)finden mathematische Zusammenhänge oder nehmen Mathematik in ihrer Umwelt wahr (Körkel, 2019). Somit sammeln begabte Kinder umfassende Erfahrungen mit Mathematik und mathematischen Tätigkeiten und es kann davon ausgegangen werden, dass mathematisch begabte Kinder insgesamt deutlich differenziertere Beliefs besitzen.

Eine mathematische Identität wird in dem Sinne aufgefasst, dass sie die Art und Weise beschreibt, wie eine Person aufgrund ihrer eigenen Erfahrungen zu denken, zu handeln und zu interagieren gelernt hat (Philipp, 2007). Dies wird zwangsläufig beeinflusst durch das Zusammenspiel inter- und intrapersonaler Katalysatoren und somit auch durch die eigenen Überzeugungen und Vorstellungen, sprich den mathematischen Beliefs. So kann umgekehrt davon ausgegangen werden, dass die mathematischen Beliefs einer Person die Identitätsentwicklung eines Individuums nachhaltig beeinflussen (ebd.). Dies könnte ebenfalls für die

Potenzialentfaltung und Entstehung mathematischer Begabungen gelten (Benölken & Veber, 2020; Gagné, 2013). Somit könnte folglich die Beschreibung typischer Entwicklungen mathematischer Beliefs bei mathematisch begabten Kindern tiefere Einblicke in die Auswirkungen intrapersonaler Katalysatoren auf die Potenziale eines Individuums ermöglichen und so möglicherweise zu einer individuelleren und besseren Identifikation sowie Förderung beitragen.

Das übergreifende Desiderat wurde somit umrissen, das die in diesem Artikel analysierten Fallstudien aufgreift. So bietet dies eine Grundlage für weitere Forschungen an der Schnittstelle von mathematischer Begabung und mathematischen Beliefs.

3. Methodik

Im Rahmen einer qualitativen Untersuchung während des MIKADU-Enrichment-Projekts an der Bergischen Universität Wuppertal entstanden insgesamt 12 Fallstudien über begabte Kinder (acht Jungen, vier Mädchen). Das Konzept von MIKADU ähnelt dabei vergleichbaren Enrichment-Projekten (z. B. Benölken, 2015; Beumann & Weber, 2022). Das Hauptziel dieser komplexen Fallstudien bestand darin, die Beliefs zur Mathematik mathematisch begabter Kinder zu untersuchen und zu rekonstruieren. Dabei ist anzumerken, dass ein solches Einzelfalldesign mit seinem explorativen Charakter als für die zugrundeliegenden Ziele den am besten geeigneten Zugang darstellt, da kaum Forschungsarbeiten auf diesem Gebiet vorliegen (z. B. Beumann & Benölken, 2022) und zunächst Phänomene gesammelt werden sollen, um erste Hypothesen und Tendenzen zu sammeln. Folgende Forschungsfragen standen bei allen Fallstudien im Fokus:

- Inwieweit können die teilnehmenden Kinder als mathematisch begabte Kinder identifiziert werden?
- Welche mathematischen Beliefs lassen sich bei den teilnehmenden Kindern erfassen und beschreiben?

Zu den in der Fallstudie eingesetzten Instrumenten gehörten neben einem halbstandardisierten Leitfadeninterview ein Pretest mit offenen und geschlossenen Fragen (z. B. zu Aspekten der Motivation und des Interesses, Rakoczy et al., 2005) zu Beginn des Projekts sowie ein halbstandardisierter Eingangstest mit „Indikatoraufgaben" (Käpnick, 1998), den alle teilnehmenden Kinder beantworten mussten. Alle Eindrücke, die sich auf die obigen Forschungsfragen beziehen, wurden in einer triangulierenden Weise interpretiert. Auf Basis umfangreicher Vergleichsanalysen, Erfahrungen im Umgang mit Kindern im MIKADU-Projekt sowie der Sichtung aller qualitativen Daten wurden zwei Fallstudien, die Fallstudie Zola und Madita (beide 12 Jahre, 6. Klasse), als aussagekräftige Exempel für diesen Artikel ausgewählt.

4. Ergebnisse

4.1 Einzelfallstudie zu Zola

Unter Berücksichtigung eines ganzheitlichen, potenzialorientierten Leitgedankens bezüglich der Diagnostik von mathematischen Begabungen lässt sich annehmen, dass bei Zola eine mathematische Begabung vorliegt. Dies ist mitunter auf die Ergebnisse ihres Indikatoraufgabentests zurückzuführen, in dem sie 36 von 75 Punkten erreichte. Hier sticht insbesondere das Begabungsmerkmal *Speichern mathematischer Sachverhalte* hervor, da sie diesbezüglich 90 % der zu erreichenden Punkte erzielte. Darüber hinaus wird Zolas Begabungspotenzial durch den allgemeinen Eindruck, der durch Beobachtungen innerhalb des Projektes MIKADU entstand, bestätigt: Bei Zola lassen sich einige mathematikspezifische Begabungsmerkmale und begabungsstützende Persönlichkeitseigenschaften (nach z. B. Käpnick, 1998) beobachten. So fällt sie stets durch ihre intellektuelle Neugier, hohe geistige Aktivität und Freude am Problemlösen auf. Außerdem zeigt sie wiederholt ihre Fähigkeiten im Strukturieren auf der Musterebene sowie im Angeben von Strukturen, wobei sie intuitiv und selbständig aus erkannten Mustern allgemeine Regeln bezüglich mathematischer Sachverhalte formuliert.

Die Ergebnisse des Pre-Fragebogens verdeutlichen, dass Zola ein förderliches mathematisches Selbstkonzept ($M = 3,3$; $SD = 0,42$) und ein hohes Fachinteresse ($M = 3,75$; $SD = 0,51$) besitzt sowie bezüglich mathematischer Tätigkeiten eine hohe intrinsische Motivation ($M = 3,5$; $SD = 0,41$) aufweist. Zola besitzt ein differenziertes Bild der Mathematik, das von dynamischen, problemlösenden sowie prozess- und anwendungsorientierten Beliefs zur Mathematik geprägt ist. Insgesamt können somit Zolas Beliefs zur Mathematik hauptsächlich der problemlösenden Sichtweise von Ernest (1991) zugeordnet werden. So beschreibt sie beispielsweise die Tätigkeiten von Mathematiker*innen im Vergleich zu anderen Berufen wie folgt:

> Zola: *Also, dass die halt Sachen herausfinden also auch ausrechnen und sich jetzt nicht nur mit Sachen beschäftigen, die halt direkt vor einem liegen. Also bei einem Müllmann zum Beispiel, dass die dann den Müll halt einsammeln, sondern, dass man halt auch generell mit Fakten vergleicht, die man halt irgendwo her hat.*

Laut Zola ist somit die erforschende und erkundende Vorgehensweise („Sachen herausfinden“) der Mathematik neben dem Rechnen ein zentraler Bestandteil von mathematischem Tätigsein. Zudem benennt Zola hier den abstrakten Charakter der Mathematik: Die Inhalte und Objekte der Mathematik, mit denen sich beschäftigt wird, sind nicht konkret vor einem liegend wie in anderen Berufen, sondern vielmehr abstrakt.

Auch an anderer Stelle wird sichtbar, dass Zola differenzierte Beliefs zum Wesen der Mathematik besitzt. Auf die Frage, was Mathematik eigentlich ist, antwortet sie:

> Zola: *Alles und [dass es was mit Zahlen zu tun hat] und dass es auf jeden Fall auch Spaß macht so was auszurechnen, halt am Rechnen. Und dass man dadurch halt auch lernen kann. Und man halt viel über Umgebungen auch wissen kann.*

Interessanterweise äußert Zola anfänglich, dass Mathematik „alles" ist, wodurch sie die Allgegenwart und Notwendigkeit der Mathematik hervorhebt. Ein weiterer auffälliger Belief Zolas ist hier die Vorstellung von Mathematik als Mittel zur Wissensaneignung und Erforschung der Umwelt. Mathematik ist für Zola somit ein Entdeckungsprozess, in dem man Sachen herausfindet und der zu Wissen (über die Umgebung) führt. Dies weist darauf hin, dass Zola die Mathematik als flexible, vielfältige und reichhaltige Disziplin in unterschiedlichsten Anwendungsbereichen, die im täglichen Leben allgegenwärtig sind, versteht. Des Weiteren scheint Freude an der Mathematik ein zentraler Bestandteil von Zolas Belief-System bezüglich der Natur der Mathematik zu sein. Dies äußert sie auch in Bezug auf ihre persönliche Relevanz der Mathematik:

> Zola: *Mir macht es halt sehr viel Spaß, weil ich auch gerne viele Sachen halt weiß und da kann man auch sehr viel halt herausfinden.*

Im Einklang damit beschreibt Zola die Entwicklung der Mathematik als einen dynamischen, offenen Prozess. So erläutert sie beispielsweise auf die Frage hin, ob es noch Sachen in der Mathematik gibt, die noch nicht entdeckt wurden:

> Zola: *Ich würde sagen, schon, weil da bleibt eigentlich ziemlich viel offen. Also ich vermute nicht, dass das schon alles war, was man heutzutage weiß, aber man weiß nicht wie viel noch kommen wird oder so. Und wie lange das noch dauern wird.*

Mathematisches Wissen ist dementsprechend laut Zola nicht endlich, sondern wird stetig durch offene Fragen und Probleme erweitert und weiterentwickelt, was wiederum die Dynamik der Mathematik betont und sich demnach mit einer problemlösenden Sichtweise nach Ernest (1991) vereinen lässt.

4.2 Einzelfallstudie zu Madita

Madita lässt sich ebenfalls im Sinne einer ganzheitlich orientierten Diagnostik von mathematischen Begabungen als mathematisch begabt einordnen. Das Ergebnis ihres Indikatoraufgabentest ist als hoch zu betrachten (38 von 75 Punkten). Insbesondere die Merkmale Angeben und Nutzen von Strukturen sowie Speichern mathematischer Sachverhalte scheinen bei Madita äußerst ausgeprägt, da sie diesbezüglich jeweils 80% aller Punkte erreichte. Auch während der Projektsitzungen lassen sich eine Vielzahl an mathematikspezifischen Begabungsmerkmalen sowie begabungsstützenden Persönlichkeitseigenschaften beobachten. So zeichnet sie sich beispielsweise durch eine hohe Anstrengungsbereitschaft und sehr gute Konzentrationsfähigkeit aus, indem sie konzentriert und hartnäckig an mathematischen Problemstellung arbeitet, bis sie selbständig zu einer Lösung gelangt. Eine hohe geistige Aktivität zeigt sich bei Madita durch ihre Schnelligkeit in der Bearbeitung komplexer Probleme. In diesem Zusammenhang lässt sich auch ihre Fähigkeit im Angeben von Strukturen und ihre mathematische Sensibilität beobachten.

Ferner zeigen die Ergebnisse des Pre-Fragebogens, dass Madita ein günstiges mathematisches Selbstkonzept ($M = 3{,}25$, $SD = 0{,}31$) besitzt und ein hohes Fachinteresse ($M = 3{,}5$, $SD = 0{,}43$) aufweist. Ihre intrinsische Motivation bezüglich mathematischen Tätigkeiten ist niedriger als bei Zola, tendenziell aber trotzdem hoch ($M = 3{,}1$, $SD = 0{,}6$).

Insgesamt lassen sich Maditas Beliefs zur Mathematik hauptsächlich der problemlösenden Sichtweise nach Ernest (1991) zuordnen. Auf die Frage hin, was Mathematik eigentlich sei, erläutert Madita beispielsweise:

> Madita: *Ich glaube, ich würde sagen, dass man in der Mathematik rechnet mit Zahlen und so Vermutungen anstellt. [...] Dass es verschiedene Sachen gibt zum Rechnen und dass es dann immer eine Antwort auf die Fragen gibt.*

Auffällig ist hier die Erwähnung von Rechnen und Zahlen, was zunächst erstmal auf eine instrumentalistische Sichtweise hinweisen könnte. Madita sieht jedoch das Anstellen von Vermutungen als einen wesentlichen Bestandteil der Mathematik, was den problemorientierten, dynamischen und explorativen Charakter der Mathematik fokussiert. Interessanterweise scheint Madita Rechnen als „Fragen" zu konzeptualisieren, d. h. Mathematik wird nicht als das kontextlose Ausführen isolierter Rechenoperationen mit Zahlen verstanden, sondern stets im Kontext eingebettet und als Fragen, auf die eine Antwort gesucht wird, verstanden.

Die vorherrschend problemlösende Sichtweise auf die Mathematik wird auch dadurch deutlich, dass sie viele Anwendungsbezüge der Mathematik im Alltag hervorhebt und auch insgesamt die Nützlichkeit, Notwendigkeit und den Anwendungsaspekt der Mathematik betont. So fällt es ihr beispielsweise anhand des Bildimpulses leicht, zahlreiche Bezüge von alltäglichen Gegenständen zur Mathematik herzustellen:

> Madita: *Wenn man Sachen baut, dann braucht man ja auch so Maße. Wenn man auch so Zeit nehmen will, braucht man, wenn man zum Beispiel soundso viele Minuten*

das machen will, aber auch andere Minuten das andere. Wie viel man fahren will, also so Kilometer. Es gibt verschiedene Sachen [beim Einkaufen]. Einmal zum Beispiel, wenn man, also den günstigsten Preis, wenn das zum Beispiel so rechnet und dann einmal wie viele Kilo. So, was man kaufen will.

Mathematik scheint so für Madita allgegenwärtig und innerhalb unterschiedlichster Lebensbereiche von Bedeutung. Ihr Bild des Mathematikunterrichts in der Schule ist ebenfalls von diesem Aspekt geprägt. Typisch für den Mathematikunterricht ist für Madita:

Madita: *Dass man Sachen lernt, so wie Rechnen mit Dezimalzahlen, Brüchen. Dass man die Sachen lernt, die man später dann braucht. Zum Beispiel für die Arbeit. Wenn man einkaufen geht.*

Hier sticht insbesondere die Alltagsrelevanz und Nützlichkeit der (Schul-)Mathematik hervor. Somit stehen der Anwendungsaspekt sowie die Notwendigkeit und Nützlichkeit der Mathematik im Alltag, wie bereits angedeutet, bei Maditas Beliefs zur Mathematik stark im Vordergrund.

Darüber hinaus äußert Madita ihre Freude an mathematischem Tätigsein im Kontext ihrer persönlichen Bedeutung der Mathematik. Zudem betont sie hier erneut den explorativen, problemlösenden und dynamischen Charakter der Mathematik:

Madita: Also, ich mag Mathe, mir macht das halt so Spaß zu rechnen. Also, wie man das knobelt, man muss das ja erst herausfinden, was man rechnen muss und dann muss man das halt rechnen, ausrechnen, was das Ergebnis ist. Und das macht mir halt Spaß.

Bezüglich der Entwicklung von mathematischem Wissen scheint Madita ebenfalls dynamische Beliefs zu besitzen. So betont sie den offenen und dynamischen Charakter der Mathematik als Antwort auf die Frage, ob es noch Dinge in der Mathematik gäbe, die noch nicht entdeckt worden sind:

Madita: Ich glaube schon. Weil es gibt ja nicht so eine begrenzte Anzahl an Problemen sondern mehrere. Unendlich viele.

Demzufolge betrachtet Madita die Mathematik und mathematisches Wissen als dynamischen Prozess, der sich stets weiterentwickelt, da es unendlich viele Probleme gibt, was einer problemlösenden Sichtweise nach Ernest (1991) entspricht. Zudem wird hierdurch die Offenheit der Disziplin sowie des mathematischen Wissens verdeutlicht.

4.3 Zusammenfassende Interpretation

Im Allgemeinen deuten die Fallstudien darauf hin, dass mathematisch begabte Kinder umfangreiche und facettenreiche Beliefs zum Wesen der Mathematik sowie bezüglich mathematischen Wissens besitzen, was sich auch mit den Ergebnissen der Fallstudien, z. B. von Nora (Beumann & Benölken, 2022), abgleichen lässt (Beumann, 2022).

Hierbei ist natürlich anzumerken, dass die Erkenntnisse dieser Studie keiner universellen Gültigkeit genügen. Dementsprechend sollten diese lediglich im Kontext der entstandenen Fallstudien betrachtet werden. Insgesamt lassen sich folgende Tendenzen erkennen:

*(1) Mathematisch begabte Schüler*innen zeigen eine Tendenz zur problemlösenden Sichtweise auf die Mathematik.*

Dies wird dadurch deutlich, dass Zola und Madita fast ausschließlich problemlösende, dynamische, prozess-, sowie anwendungsbezogene Aspekte der Mathematik herausstellen. Ihre Beliefs sind zudem von der Nützlichkeit der Mathematik und ihrem Anwendungsaspekt geprägt. So scheint die Mathematik für mathematisch begabte Schüler*innen allgegenwärtig und notwendig für das Leben zu sein.

*(2) Mathematisch begabte Schüler*innen konzeptualisieren die Mathematik als einen dynamischen und offenen Entwicklungsprozess.*

Hinsichtlich dieser Beliefs ist auffallend, dass beide Schülerinnen ausschließlich dynamische Beliefs bezüglich der Entwicklung mathematischen Wissens beschreiben. So gilt die Mathematik als eine dynamische, offene Disziplin, die sich stets weiterentwickelt und verändert. Zudem beschreiben Zola und Madita, dass es keine begrenzte Anzahl an Problem- und Fragestellungen in der Mathematik gibt, was auf ein dynamisches und ganzheitliches Verständnis der Mathematik deutet.

*(3) Mathematisch begabte Schüler*innen verknüpfen die Mathematik und mathematisches Tätigsein mit positiven Emotionen wie Freude.*

So äußern beide Schülerinnen in Bezug auf das Wesen der Mathematik sowie ihre persönliche Relevanz der Mathematik eine Freude am Rechnen, Knobeln oder Problemlösen. Zudem betonen sie, dass sie sich für mathematische Inhalte und Fragestellungen interessieren und zeigen somit eine hohe intrinsische Motivation, sich mit diesen selbstständig zu beschäftigen.

5. Diskussion und Ausblick

Mathematische Beliefs von Schüler*innen lassen sich, wie eingangs bereits erwähnt, oft als einseitig und instrumentalistisch beschreiben (z. B. Köller, Baumert, & Neubrand, 2000). Im Gegensatz hierzu sind die Beliefs von Zola und Madita deutlich differenzierter und lassen sich der problemlösenden Sichtweise zuordnen: Ihre mathematischen Beliefs sind von offenen Fragestellungen, Vermutungen und dem anwendungsbezogenen sowie forschenden Charakter der Mathematik geprägt. Hierbei ist Mathematik für Zola und Madita allgegenwärtig und für unterschiedlichste Lebensbereiche relevant. Zudem konzeptualisieren sie die Mathematik als einen dynamischen Entdeckungsprozess, der sich stets weiterentwickelt.

Insgesamt deuten die Eindrücke von Zola und Madita darauf hin, dass beide Schülerinnen (bereits vor der Teilnahme am Förderprogramm MIKADU) vielschichtige Überzeugungen sowohl von Mathematik als auch von mathematischen Aktivitäten entwickelt haben. Dies lässt sich ebenfalls mit den Fallstudien von Nora (Beumann & Benölken, 2022) sowie Julian (Beumann, 2022) abgleichen. All diese Eindrücke könnten darauf hindeuten, dass vorteilhafte Eigenschaften mathematischer Beliefs im Sinne einer problemlösenden Sichtweise ein wichtiger Eckpfeiler für eine verbesserte Identifikation und Förderung sein vermag – was beispielsweise besonders für Kinder mit hohem Potenzial, aber relativ geringen Leistungen gelten könnte.

Umgekehrt könnten die Eindrücke der Fallstudien darauf hindeuten, dass im Gegensatz zu anderen Studien (z. B. Köller, Baumert & Neubrand, 2000) als mathematisch begabt identifizierte Schüler*innen häufiger eine vielschichtige Auffassung von Mathematik haben, was möglicherweise auch ein Grund dafür sein könnte, dass sie im Begabungskontext identifiziert worden sind. Wie bereits erwähnt, werden in neueren Modellen zur mathematischen Begabung zwar zunehmend Aspekte der mathematischen Identität angesprochen (z. B. Benölken & Veber, 2020), Facetten mathematischer Beliefs werden jedoch nicht speziell berücksichtigt. Hier sollten weitere Forschungen anschließen, die sich auf die (mathematische) Identitätsentwicklung und die Beschreibung mathematischer Beliefs konzentrieren – die Eindrücke dieser Einzelfälle konnten hier einen Einblick in die Thematik liefern. Diesbezüglich könnte beispielsweise auch ein differenzierter Blick auf die unterschiedlichen Dimensionen epistemologischer Überzeugungen wie u. a. die Entstehung, Sicherheit und Entwicklung mathematischen Wissens (vgl. z. B. Hofer & Pintrich, 1997) weiterführende Erkenntnisse liefern.

Literatur

Benölken, R. (2015). *Mathematisch begabte Mädchen: Untersuchungen zu geschlechts- und begabungsspezifischen Besonderheiten im Grundschulalter*. Münster: WTM.

Benölken, R. (2019). Giftedness, gender and motivation – The impact of mathematics self-efficacy, interest and attitudes as determinants to identify mathematical giftedness. *Education Journal*, 8(5), 211–225.

Benölken, R. & Veber, M. (2020). Inklusion und Begabung – von der Begabtenförderung zur Potenzialorientierung. In C. J. Kiso & S. Fränkel (Hrsg.), *Inklusive Begabungsförderung in den Fachdidaktiken – Diskurse, Forschungslinien und Praxisbeispiele* (S. 37–64). Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.

Beumann, S. & Benölken, R. (2022). Just more than numbers, facts or calculus? – Beliefs of mathematically gifted students. In S. Chamberlin (Ed.), *Proceedings of the 12th International Conference on Mathematical Creativity and Giftedness* (pp. 86–92). Münster: WTM. https://doi.org/10.37626/GA9783959872263.0

Beumann, S. & Weber, D. (2022). Lehr-Lern-Labor an der Bergischen Universität Wuppertal. Einblick in aktuelle Projekte. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, *113*, 38–43.

Beumann, S., & Geisler, S. (2022). Epistemologische Überzeugungen und innermathematische Experimente: Eine Interventionsstudie mit mathematisch interessierten Lernenden. *Mathematica Didactica*, 45. https://doi.org/10.18716/ojs/md/2022.1389

Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. Basingstoke: Falmer Press.

Fuchs, M. & Käpnick, F. (2009). *Mathe für kleine Asse. Empfehlungen zur Förderung mathematisch interessierter und begabter Kinder im 3. und 4. Schuljahr* (Band 2). Berlin: Cornelsen.

Gagné, F. (2000). Understanding the Complex Choreography of Talent Development Through DMGT-Based Analysis. In K. A. Heller, F. J. Mönks, R. J. Sternberg & R. F. Subotnik, (Hrsg.), *International Handbook of Giftedness and Talent* (2. Auflage, S. 67–79). Amsterdam: Elsevier.

Gagné, F. (2013). The DMGT: Changes within, beneath, and beyond. T*alent Development & Excellence*, *5*(1), 5–19.

Geisler, S. & Rolka, K. (2021). "That's not the maths I wanted to do!" – Students' Beliefs During the Transition from School to University Mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *19*, 599–618. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10072-y

Grigutsch, S., Raatz, U., & Törner, G. (1998). Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik: Zeitschrift der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM)*, *19*(1), 3–45. https://doi.org/10.1007/bf03338859

Hofer, B. K. & Pintrich, P. R. (1997). The development of epistemological theories: Beliefs about knowledge and knowing and their relation to learning. *Review of Educational Research*, *67*(1), 88–140.

iPEGE (2009). *Professionelle Begabtenförderung. Empfehlungen zur Qualifizierung von Fachkräften in der Begabtenförderung*. Salzburg: Or ZBF.

Käpnick, F. (1998). *Mathematisch begabte Kinder: Modelle, empirische Studien und Förderungsprojekte für das Grundschulalter*. Frankfurt a. M.: Peter Lang.

Käpnick, F. (2019). Was ist Mathematik? – Antworten aus verschiedenen Perspektiven und sich hieraus ergebende Chancen und Probleme für eine bereichsspezifische Begabungsförderung. In C. Reintjes, I. Kunze & E. Ossowski (Hrsg.), *Begabungsförderung und Professionalisierung. Befunde, Perspektiven, Herausforderungen* (S. 60–72). Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.

Köller, O., Baumert, J. & Neubrand, J. (2000). Epistemologische Überzeugungen und Fachverständnis im Mathematik- und Physikunterricht. In J. Baumert (Hrsg.), *TIMSS/III – Dritte Internationale Mathematik- und Naturwissenschaftliche Studie – Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn. 2. Mathematische und physikalische Kompetenzen am Ende der gymnasialen Oberstufe* (S. 229–269). Opladen: Leske u. Budrich.

Körkel, V. (2019). *Mathematik in der Freizeit?: Empirische Untersuchungen zum informellen Mathematiklernen mathematisch begabter Sechst- und Siebtklässler* (1. Auflage). Münster: WTM.

Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research, 62*(3), 307–332.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics Teachers' Beliefs and Affect. In F. K. Lester (Hrsg.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (S. 257–315). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Rakoczy, K., Buff, A., & Lipowsky, F. (2005). Befragungsinstrumente. In E. Klieme, C. Pauli & K. Reusser (Hrsg.), *Dokumentation der Erhebungs- und Auswertungsinstrumente zur schweizerisch-deutschen Videostudie „Unterrichtsqualität, Lernverhalten und mathematisches Verständnis" (Teil 1).* Frankfurt a. M.: GFPF/DIPF.

Rolka, K. (2006). *Eine empirische Studie über Beliefs von Lehrenden an der Schnittstelle Mathematikdidaktik und Kognitionspsychologie* [online]. Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek. Verfügbar unter: http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:464-20061130-110152-3

Rolka, K. & Halverscheid, S. (2011). Researching young students' mathematical world views. *ZDM Mathematics Education, 43*, 521–533.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando (FL): Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics learning and teaching: a project of the National Council of Teachers of Mathematics* (S. 334–370). New York: Macmillan Publishing.

Sheffield, L. (2003). *Extending the challenge in mathematics.* Thousand Oaks: Corwin Press.

Sjuts, B. (2017). *Mathematisch begabte Fünft- und Sechstklässler: Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchung.* Münster: WTM.

Stoppel, H.-J. (2019*). Beliefs und selbstreguliertes Lernen: Eine Studie in Projektkursen der Mathematik in der gymnasialen Oberstufe*. Wiesbaden: Springer Spektrum.